

# KORKOJEN AIKARAKENNE

OPETUSNÄYTE: OSA KUVITTEELLISTA “RAHA- JA PANKKITEORIAN  
AINEOPINTOJEN KURSSIA”

Antti Ripatti

Taloustiede

4.11.2011

## POHJATIEDOT JA TAVOITTEET

### TÄHÄN SAAKKA OPITTUA

Käsitteet **arbitraasi**, **maturiteettitransformaatio**, **korko**, **nykyarvo**, **laina-aika** (juoksuaika, maturiteetti), **diskonttoinstrumentti** ja **efektiivinen tuotto**.

Efektiivinen tuotto = efektiivinen korko = *vuotuinen korko*.

### NYT KÄSITELLÄÄN

*Korkojen aikarakenne* eli **miten korko riippuu sijoituksen juoksuajasta (pituudesta)**

- 1 tuottokäyrä
- 2 odotushypoteesi

Lähteitä: <http://opetus.ripatti.net>, Tarkka (1993), Mishkin (2011), Suomen Pankki (1999), Piazzesi (2003), Fisher (2001,

# MIKSI KORKOJEN AIKARAKENNE ON TÄRKEÄ

## RAHAPOLITIIKAN VUOKSI

Keskuspankki voi vaikuttaa suoraan vain lyhyisiin korkoihin. Pitkät korot vaikuttavat 'kokonaiskysyntään'. Inflaatio-odotusten lukeminen.

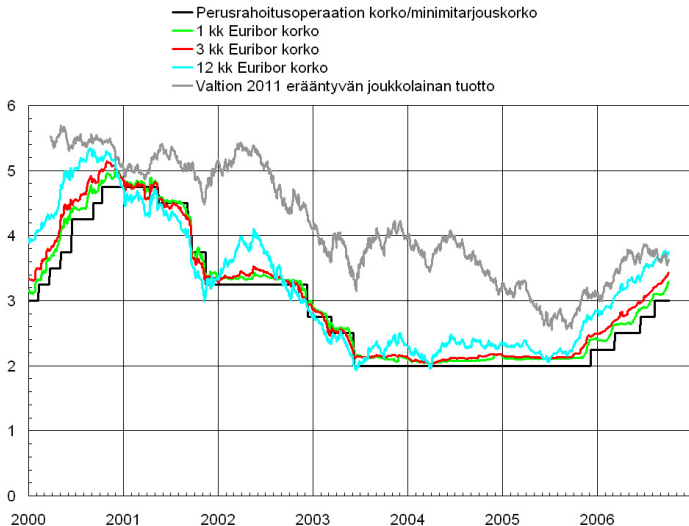
## JOHDANNAISTEN HINNOITELU JA SUOJAUTUMINEN

Erilaisten johdannaisten hinnoitelumallit nojaavat malleihin korkojen aikarakenteesta. Pankit joutuvat suojautumaan maturiteettitransformaatiosta seuraavaan riskiin.

## KOROILLA PYSTYTÄÄN ENNUSTAMAAN

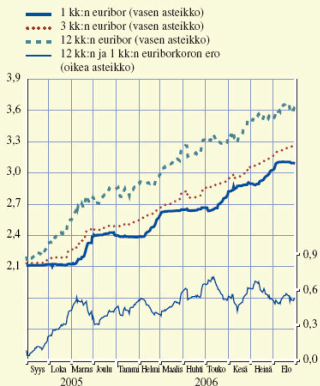
Tulevia lyhyitä korkoja, talouden aktiviteettia, inflaatiota.

# KESKUSPANKIN OHJAUSKORON VÄLITTYMINEN



Kuvio 14. Lyhyet rahamarkkinakorot

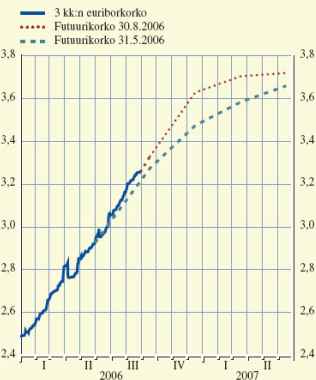
(vuotuinen korko, päivähavaintoja)



Lähteet: EKP ja Reuters.

Kuvio 15. Kolmen kuukauden korot ja futuurikorot euroalueella

(vuotuinen korko, päivähavaintoja)



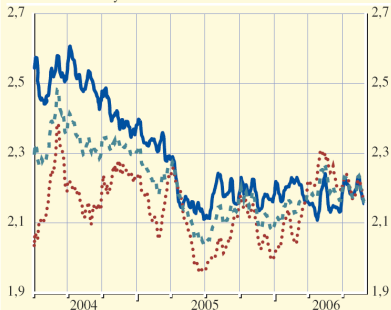
Lähde: Reuters.

Huom. Tänä ja kolmena seuraavana neljänneksenä eräänntyvien kolmen kuukauden futuurisopimusten korkoja Liffen noteerausten mukaan.

### Kuvio 21. Nollakorkoisiin spot- arvopapereihin ja futuureihin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti

(vuotuisina prosenteina, päivähavaintojen viiden päivän liukuva keskiarvo)

- Viiden vuoden futuuriin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti
- Viiden vuoden spotarvopaperiin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti
- - - Kymmenen vuoden spotarvopaperiin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti

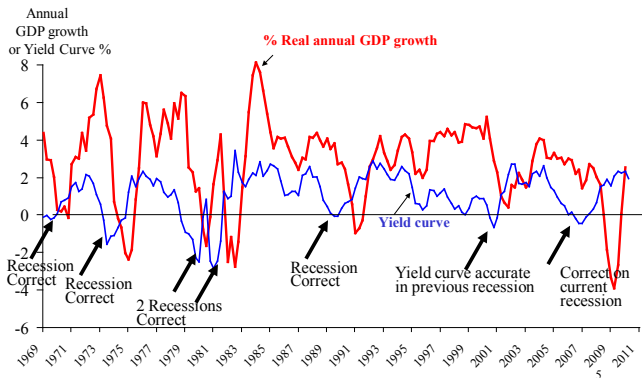


Lähteet: Reuters ja EKP:n laskelmat.

# PITKÄN JA LYHYEN KORON EROTUS JA BKT:N KASVU YHDYSVALLOISSA

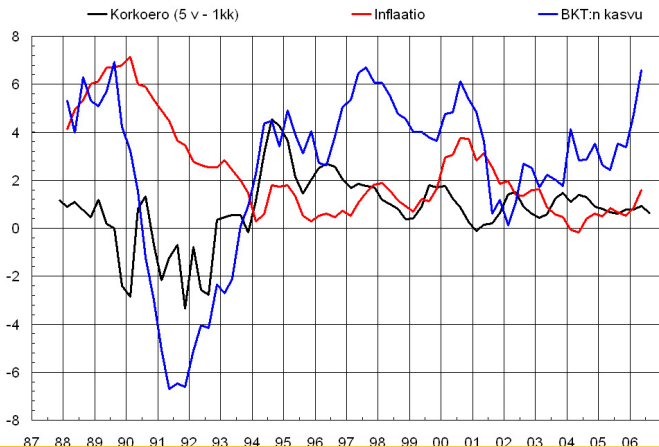
## Yield Curve Inverts Before Last Seven Recessions

(5-year Treasury note minus 3-month Treasury bill yield – constant maturity)



Source: Campbell R. Harvey. Update of Harvey (1986, 1988, 1989, 1991).

# PITKÄN JA LYHYEN KORKO EROTUS, INFLAATIO JA BKT:N KASVU



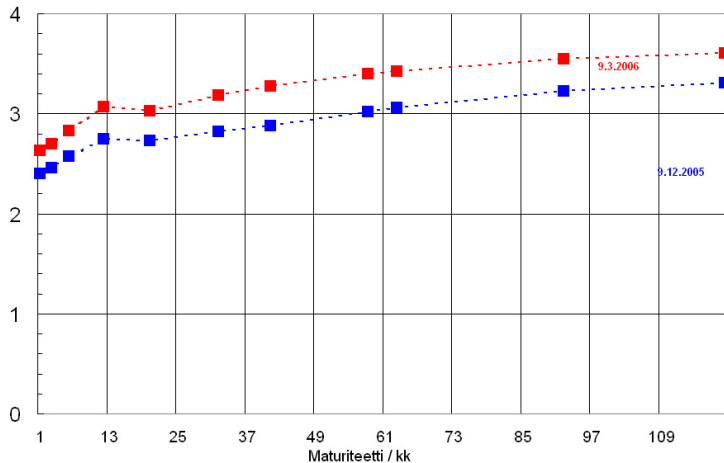


# TUOTTOKÄYRÄ

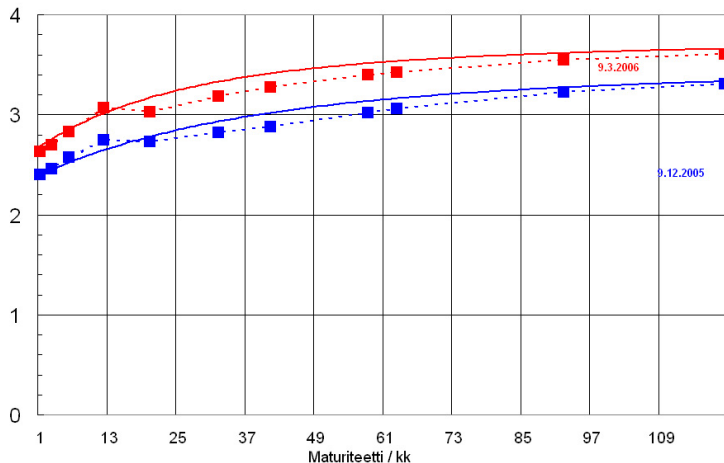
- Tuottokäyrä (yield curve) kuvaa koron ja juoksuajan välisen riippuvuuden graafisesti.
- Rahoitusvaateiden (asset) oltava riittävän samanlaisia muiden korkoihin vaikuttavien tekijöiden osalta kuten
  - luottoriskiltään (default risk, credit risk),
  - likviditeetiltään (markkinoiden syvyydeltä) (liquidity).

Tarkasteltavat rahoitusvaateet poikkeavatkin **vain juoksuajaltaan** (time to maturity).

# EURIBOR-KORKKOJA JA SUOMEN VALTION VIITELAINOJEN KORKKOJA



# EURIBOR-KOROISTA JA VALTION VIITELAINOISTA ESTIMOITU NOLLAKUPONKIKÄYRÄ



# TUOTTOKÄYRIÄ

Yhdysvalloissa

<http://stockcharts.com/freecharts/yieldcurve.html>

Euroalueella

<http://www.ecb.int/stats/money/yc/html/index.en.html>

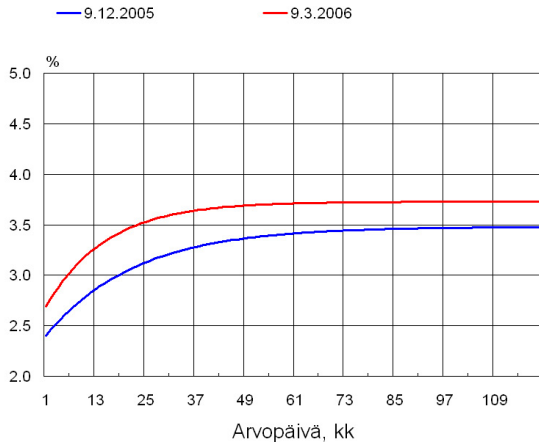
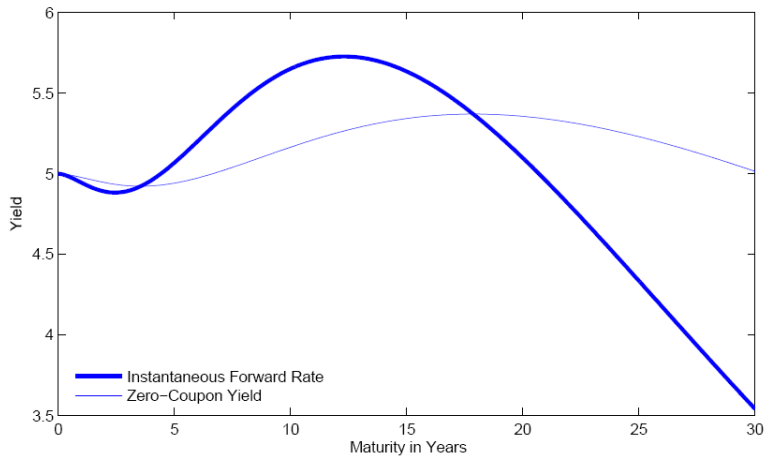
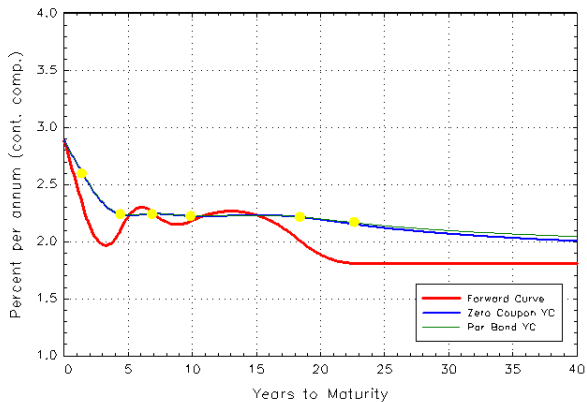
**Välitön termiinikorko = yön yli-koron odotettu aikaura**

Figure 4: Zero-Coupon Yield Curve and Forward Rates on May 9, 2006



(C) J. Huston McCulloch Fri Sep 01 16:20:40 2006

US Real Term Structure, 8/31/06



# HAVAINTOJA TUOTTOKÄYRÄN MUODOSTA

- 1 Eri pituisten lainojen korot liikkuvat yhdessä. Lyhyet korot vaihtelevat enemmän kuin pitkät korot.
- 2 Tuottokäyrä voi olla laskeva tai nouseva.
- 3 Tuottokäyrä on useammin nouseva kuin laskeva.



# ODOTUSHYPOTEESI

## TEORIA KORKOJEN AIKARAKENTEEN MÄÄRÄYTYMISESTÄ

- Pitkäaikaisen joukkolainan korko riippuu nykyisistä ja tulevista lyhyistä koroista, t.s.
- Pitkä korko on *odotettujen* tulevien lyhyiden korkojen keskiarvo

Tarkastellaan odotushypoteesia arbitraasin avulla.

# SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

**KETJUSIJOITUS:** TEHDÄÄN SIJOITUS VUODEKSI JA UUSITAAN SE VUODEN PÄÄSTÄ

Korko vuoden sijoitukselle on 2 prosenttia ja seuraavana vuonna 3 prosenttia, jolloin pääoman määrä

$$1. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 100\text{€} + \frac{2\%}{100} \times 100\text{€} = 102\text{€}.$$

$$2. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 102\text{€} + \frac{3\%}{100} \times 102\text{€} \approx 105\text{€}.$$

Eli yhtenä kaavana

$$100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100}\right) \times \left(1 + \frac{3\%}{100}\right) = 100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100} + \underbrace{\frac{2 \times 3\%}{10000}}_{\approx 0}\right)$$

# SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

**KERTASIJOTUS:** TEHDÄÄN SIJOITUS SUORAAN KAHDEKSI VUODEKSI

Merkitään kahden vuoden vuotuista korkoa symbolilla  $i$ . Tällöin pääoman määrä on

$$1. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 100\text{€} + \frac{i\%}{100} \times 100\text{€} = \underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right)}_{\equiv A\text{€}}$$

$$2. \text{ VUODEN JÄLKEEN } A\text{€} + \frac{i\%}{100} \times A\text{€} = A\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right).$$

Eli yhtenä kaavana

$$100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right) \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right) = 100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100} + \underbrace{\frac{i \times i\%}{10000}}_{\approx 0}\right)$$

# SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

## ARBITRAASI

Jotta helppoja voittoja (arbitraasia) ei syntyisi, täytyy näiden sijoitusstrategioiden tuottaa *ex ante* yhtä paljon eli

**Ketjusijoitus = Kertasijoitus**

tai kaavana

$$\underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100}\right)}_{\text{Ketjusijoitus}} = \underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100}\right)}_{\text{Kertasijoitus}}$$

# SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

RATKAISTAAN, MIKÄ ON VUOTUINEN KAHDEN VUODEN KORKO

Jaetaan puolittain 100 eurolla, jolloin 100 € pääoma supistuu pois

$$1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100} = 1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100},$$

vähennetään 1 molemmilta puolilta ja kerrotaan 100:lla, jolloin saadaan

$$2\% + 3\% = i\% + i\% = 2 \times i\%,$$

mistä seuraa

$$i\% = \frac{2\% + 3\%}{2} = 2,5\%$$

eli kahden vuoden korko on vuoden mittaisten korkojen keskiarvo!

## KAKSI SIJOITUSSTRATEGIAA

Verrataan kahta sijoitusstrategiaa  $T$  vuodeksi eteenpäin.  
Alkupääoma on  $K$ . Oletus: ei luottoriskiä.

$i_{j,k}$  ( $k > j$ ) on *vuotuinen* korko periodilta  $j$  periodille  $k$ . Yläindeksi <sup>e</sup> viittaa odotukseen.

### KERTASIJJOITUS

Vuotuinen tuotto on  $i_{0,T}$ .  
Sijoitusta ei tarvitse tehdä kuin kerran.

### KETJUSIJJOITUS

Vuoden  $j$  tuotto on  $i_{j-1,j}$ .  
Sijoitus uusitaan vuosittain

Arbitraasiehdon mukaan näiden vaihtoehtojen on tuotettava **yhtä paljon**.  
Muussa tapauksessa kannattaisi velkaantua toisen strategian mukaisesti ja sijoittaa toisen strategian mukaisesti.

## PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
$K$	0	$K$
$K(1 + i_{0,T})$	1	$K(1 + i_{0,1})$
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2})$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$	$T$	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) \cdots (1 + i_{T-1,T})$
$= K(1 + i_{0,T})^T$		

# PITKÄ JA LYHYT KORKO

Arbitraasiehdon mukaan sijoitusstrategioiden **odotettujen** pääomien tulee olla yhtäsuuret hetkellä  $T$ :

$$K(1 + i_{0,T})^T = K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e),$$

josta ratkaistaan pitkä korko

$$i_{0,T} = [(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e)]^{1/T} - 1.$$

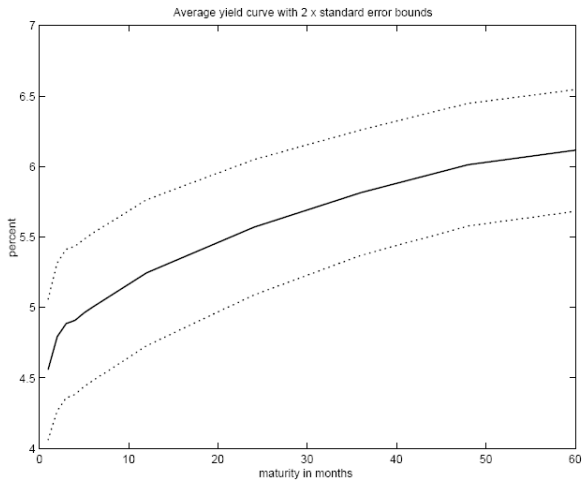
Pitkä korko  $i_{0,T}$  on siis geometrinen keskiarvo tulevista lyhyistä koroista.

**LOG-APPROKSIMAATIO,  $i \approx \log(1 + i)$ , KUN  $i$  ON PIENI**

$$i_{0,T} = \frac{1}{T}(i_{0,1} + i_{1,2}^e + \cdots + i_{T-1,T}^e).$$



MUTTA...



Lähde: Piazzesi (2003)

## ODOTUSHYPOTEESI JA RISKIPALKKIO

Tuottokäyrä on keskimäärin nouseva!

- Tämä **ei** selity odotushypoteesilla, vaan
- riskipalkkiolla (risk premium, term premium),
- joka on sitä suurempi mitä pidempi korko.

Vakioinen riskipalkkio implikoisi sen, että

- tuottokäyrän kulmakertoimen *muutoksella* pystyttäisiin ennustamaan muutokset tulevissa lyhyissä koroissa.

Jotta näin ei olisi, tulee **riskipalkkion vaihdella ajassa**.

### RISKIPALKKIO SIIS

- Kasvaa juoksuajan kasvaessa, ja
- vaihtelee ajassa, mutta
- arbitraasiehdot rajoittavat vaihtelua yli juoksu- ja kalenteriajan.

# SYVENTÄVIÄ MALLEJA

## ODOTUSHYPOTEEZIA TÄYDENTÄVIÄ

- Lyhyen koron lisäksi mahdollisesti muita tilamuuttujia. Suosituttu erikoistapaus: *affiinit korkomallit*
- Kotitalouksien käyttäytymisestä johdetut tilamuuttujat. Askel kohti yleistä tasapainoa.

## MARKKINOIDEN OSITTAMISEEN NOJAAVIA

Lyhyen ja pitkän koron markkinoiden eriytyminen.

Market segmentation theory,  
preferred habitat theory.

Verotus, investointihorisontti.

# YHTEENVETO

Pitkät korot ovat odotettujen lyhyiden korkojen keskiarvo + riskipalkkio.  
Riskipalkkio vaihtelee juoksu- ja kalenteriajassa arbitraasiehdon rajoissa.

## YHTEENVETO

