

KORKOJEN AIKARAKENNE

OPETUSNÄYTE: OSA KUVITTEELLISTA “RAHA- JA PANKKITEORIAN
AINEOPINTOJEN KURSSIA”

Antti Ripatti

Taloustiede

4.11.2011

POHJATIEDOT JA TAVOITTEET

TÄHÄN SAAKKA OPITTUA

Käsitteet **arbitraasi**, **maturiteettitransformaatio**, **korko**, **nykyarvo**, **laina-aika** (juoksuaika, maturiteetti), **diskonttoinstrumentti** ja **efektiivinen tuotto**.

Efektiivinen tuotto = efektiivinen korko = *vuotuinen korko*.

POHJATIEDOT JA TAVOITTEET

TÄHÄN SAAKKA OPITTUA

Käsitteet **arbitraasi**, **maturiteettitransformaatio**, **korko**, **nykyarvo**, **laina-aika** (juoksuaika, maturiteetti), **diskonttoinstrumentti** ja **efektiivinen tuotto**.

Efektiivinen tuotto = efektiivinen korko = *vuotuinen korko*.

NYT KÄSITELLÄÄN

Korkojen aikarakenne eli **miten korko riippuu sijoituksen juoksuajasta (pituudesta)**

- 1 tuottokäyrä
- 2 odotushypoteesi

MIKSI KORKOJEN AIKARAKENNE ON TÄRKEÄ

RAHAPOLITIIKAN VUOKSI

Keskuspankki voi vaikuttaa suoraan vain lyhyisiin korkoihin. Pitkät korot vaikuttavat 'kokonaiskysyntään'. Inflaatio-odotusten lukeminen.

MIKSI KORKOJEN AIKARAKENNE ON TÄRKEÄ

RAHAPOLITIIKAN VUOKSI

Keskuspankki voi vaikuttaa suoraan vain lyhyisiin korkoihin. Pitkät korot vaikuttavat 'kokonaiskysyntään'. Inflaatio-odotusten lukeminen.

JOHDANNAISTEN HINNOITELU JA SUOJAUTUMINEN

Erilaisten johdannaisten hinnoitelumallit nojaavat malleihin korkojen aikarakenteesta. Pankit joutuvat suojautumaan maturiteettitransformaatiosta seuraavaan riskiin.

MIKSI KORKOJEN AIKARAKENNE ON TÄRKEÄ

RAHAPOLITIIKAN VUOKSI

Keskuspankki voi vaikuttaa suoraan vain lyhyisiin korkoihin. Pitkät korot vaikuttavat 'kokonaiskysyntään'. Inflaatio-odotusten lukeminen.

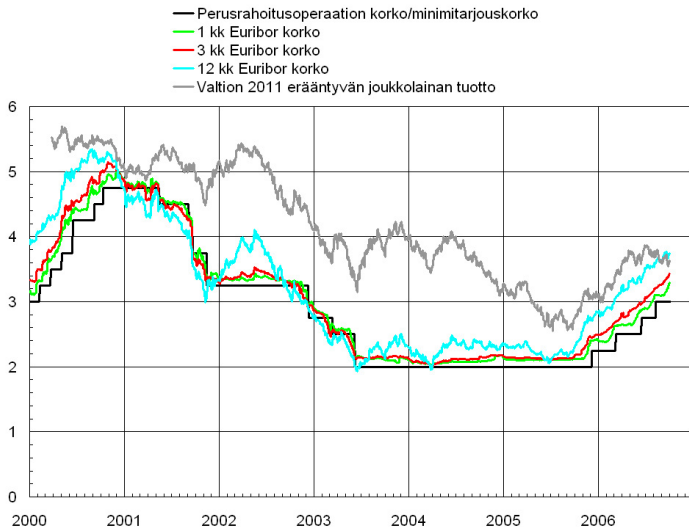
JOHDANNAISTEN HINNOITELU JA SUOJAUTUMINEN

Erilaisten johdannaisten hinnoitelumallit nojaavat malleihin korkojen aikarakenteesta. Pankit joutuvat suojautumaan maturiteettitransformaatiosta seuraavaan riskiin.

KOROILLA PYSTYTÄÄN ENNUSTAMAAN

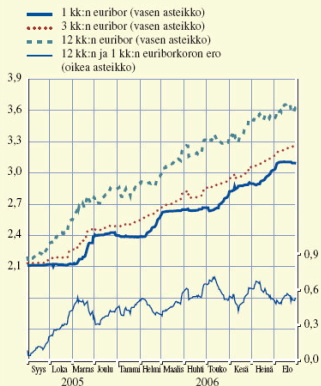
Tulevia lyhyitä korkoja, talouden aktiviteettia, inflaatiota.

KESKUSPANKIN OHJAUSKORON VÄLITTYMINEN



Kuvio 14. Lyhyet rahamarkkinakorot

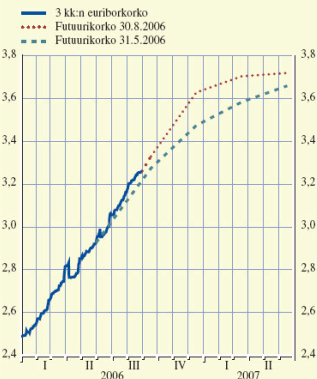
(vuotuinen korko, päivähavaintoja)



Lähteet: EKP ja Reuters.

Kuvio 15. Kolmen kuukauden korot ja futuurikorot euroalueella

(vuotuinen korko, päivähavaintoja)



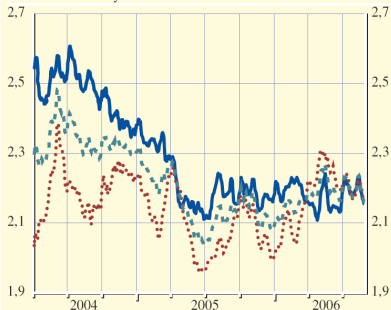
Lähde: Reuters.

Huom. Tänä ja kolmena seuraavana neljänneksenä erääntyvien kolmen kuukauden futuurisopimusten korkoja Liffen noteerausten mukaan.

Kuvio 21. Nollakorkoisiin spot- arvopapereihin ja futuureihin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti

(vuotuisina prosentteina, päivähavaintojen viiden päivän liukuva keskiarvo)

- Viiden vuoden futuuriin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti
- Viiden vuoden spotarvopaperiin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti
- - - Kymmenen vuoden spotarvopaperiin perustuva tuotot yhtenäistävä inflaatiovauhti

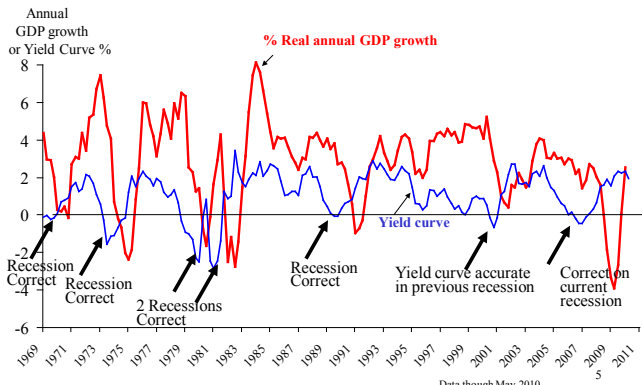


Lähteet: Reuters ja EKP:n laskelmat.

PITKÄN JA LYHYEN KORON EROTUS JA BKT:N KASVU YHDYSVALLOISSA

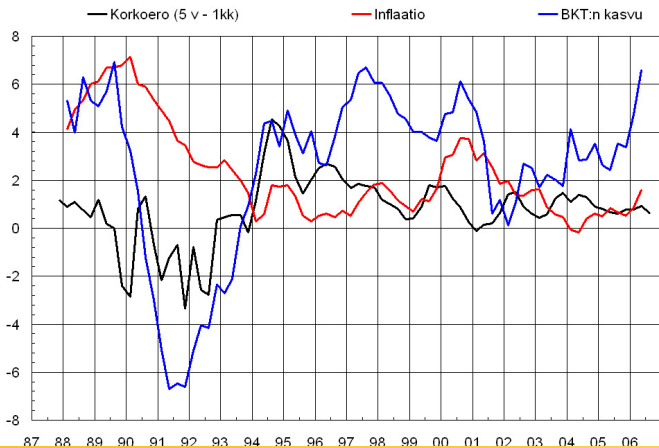
Yield Curve Inverts Before Last Seven Recessions

(5-year Treasury note minus 3-month Treasury bill yield – constant maturity)



Source: Campbell R. Harvey. Update of Harvey (1986, 1988, 1989, 1991).

PITKÄN JA LYHYEN KORKO EROTUS, INFLAATIO JA BKT:N KASVU



TUOTTOKÄYRÄ

- Tuottokäyrä (yield curve) kuvaa koron ja juoksuajan välisen riippuvuuden graafisesti.

TUOTTOKÄYRÄ

- Tuottokäyrä (yield curve) kuvaa koron ja juoksuajan välisen riippuvuuden graafisesti.
- Rahoitusvaateiden (asset) oltava riittävän samanlaisia muiden korkoihin vaikuttavien tekijöiden osalta kuten

TUOTTOKÄYRÄ

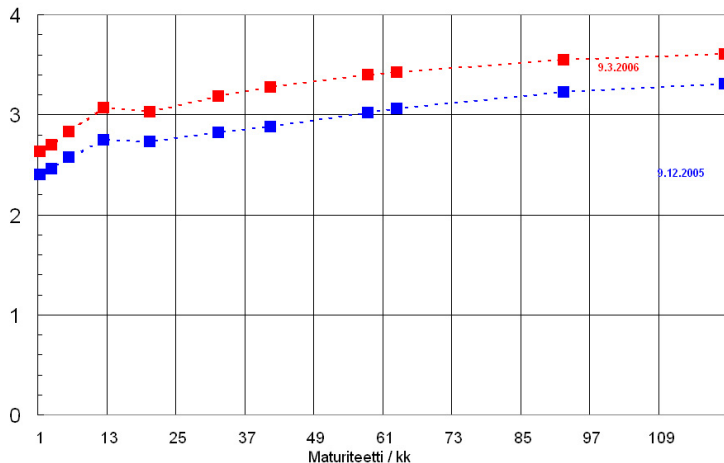
- Tuottokäyrä (yield curve) kuvaa koron ja juoksuajan välisen riippuvuuden graafisesti.
- Rahoitusvaateiden (asset) oltava riittävän samanlaisia muiden korkoihin vaikuttavien tekijöiden osalta kuten
 - luottoriskiltään (default risk, credit risk),
 - likviditeetiltään (markkinoiden syvyydeltä) (liquidity).

TUOTTOKÄYRÄ

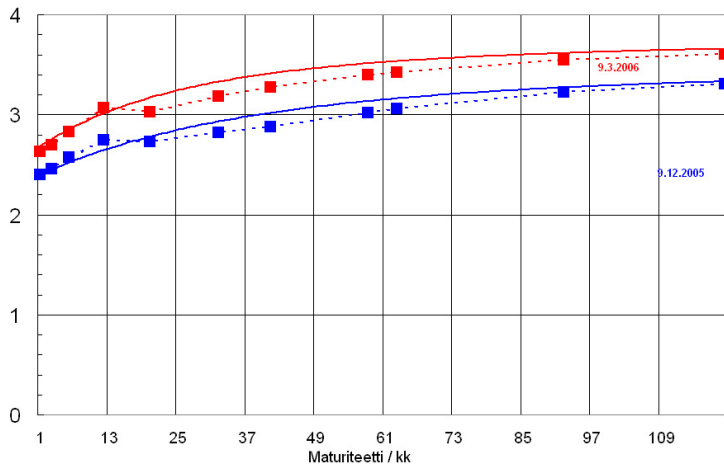
- Tuottokäyrä (yield curve) kuvaa koron ja juoksuajan välisen riippuvuuden graafisesti.
- Rahoitusvaateiden (asset) oltava riittävän samanlaisia muiden korkoihin vaikuttavien tekijöiden osalta kuten
 - luottoriskiltään (default risk, credit risk),
 - likviditeetiltään (markkinoiden syvyydeltä) (liquidity).

Tarkasteltavat rahoitusvaateet poikkeavatkin **vain juoksuajaltaan** (time to maturity).

EURIBOR-KORKKOJA JA SUOMEN VALTION VIITELAINOJEN KORKKOJA



EURIBOR-KOROISTA JA VALTION VIITELAINOISTA ESTIMOITU NOLLAKUPONKIKÄYRÄ



TUOTTOKÄYRIÄ

Yhdysvalloissa

<http://stockcharts.com/freecharts/yieldcurve.html>

Euroalueella

<http://www.ecb.int/stats/money/yc/html/index.en.html>

Välitön termiinikorko = yön yli-koron odotettu aikaura

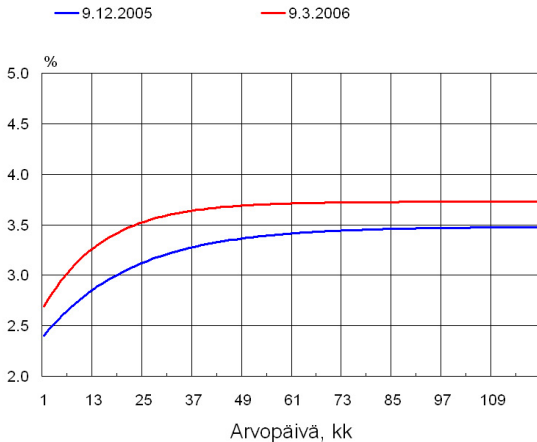
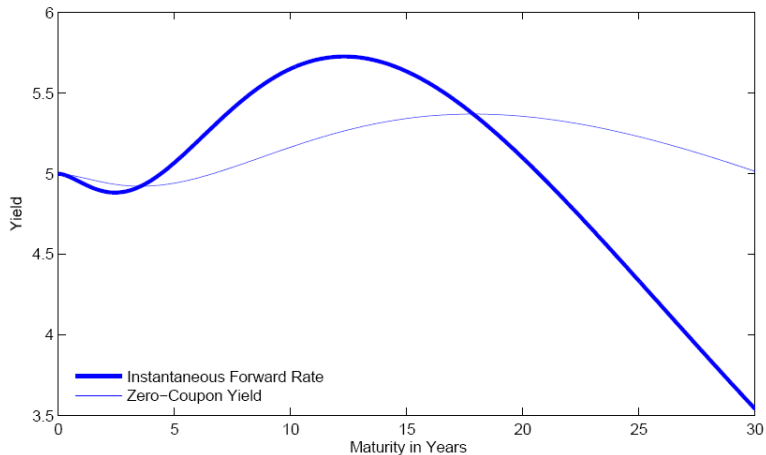
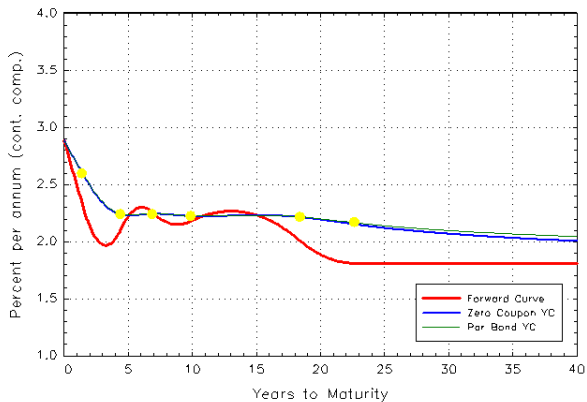


Figure 4: Zero-Coupon Yield Curve and Forward Rates on May 9, 2006



(C) J. Huston McCulloch Fri Sep 01 16:20:40 2006

US Real Term Structure, 8/31/06



HAVAINTOJA TUOTTOKÄYRÄN MUODOSTA

- 1 Eri pituisten lainojen korot liikkuvat yhdessä. Lyhyet korot vaihtelevat enemmän kuin pitkät korot.
- 2 Tuottokäyrä voi olla laskeva tai nouseva.
- 3 Tuottokäyrä on useammin nouseva kuin laskeva.

ODOTUSHYPOTEESI

TEORIA KORKOJEN AIKARAKENTEEN MÄÄRÄYTYMISESTÄ

- Pitkäaikaisen joukkolainan korko riippuu nykyisistä ja tulevista lyhyistä koroista, t.s.
- Pitkä korko on *odotettujen* tulevien lyhyiden korkojen keskiarvo

Tarkastellaan odotushypoteesia arbitraasin avulla.

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

KETJUSIJOITUS: TEHDÄÄN SIJOITUS VUODEKSI JA UUSITAAN SE VUODEN PÄÄSTÄ

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

KETJUSIJOITUS: TEHDÄÄN SIJOITUS VUODEKSI JA UUSITAAN SE VUODEN PÄÄSTÄ

Korko vuoden sijoitukselle on 2 prosenttia ja seuraavana vuonna 3 prosenttia, jolloin pääoman määrä

$$1. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 100\text{€} + \frac{2\%}{100} \times 100\text{€} = 102\text{€}.$$

$$2. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 102\text{€} + \frac{3\%}{100} \times 102\text{€} \approx 105\text{€}.$$

Eli yhtenä kaavana

$$100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100}\right) \times \left(1 + \frac{3\%}{100}\right) = 100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100} + \underbrace{\frac{2 \times 3\%}{10000}}_{\approx 0}\right)$$

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

KERTASIJOTUS: TEHDÄÄN SIJOITUS SUORAAN KAHDEKSI VUODEKSI

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

KERTASIJOTUS: TEHDÄÄN SIJOITUS SUORAAN KAHDEKSI VUODEKSI

Merkitään kahden vuoden vuotuista korkoa symbolilla i . Tällöin pääoman määrä on

$$1. \text{ VUODEN JÄLKEEN } 100\text{€} + \frac{i\%}{100} \times 100\text{€} = \underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right)}_{\equiv A\text{€}}$$

$$2. \text{ VUODEN JÄLKEEN } A\text{€} + \frac{i\%}{100} \times A\text{€} = A\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right).$$

Eli yhtenä kaavana

$$100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right) \times \left(1 + \frac{i\%}{100}\right) = 100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100} + \underbrace{\frac{i \times i\%}{10000}}_{\approx 0}\right)$$

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

ARBITRAASI

Jotta helppoja voittoja (arbitraasia) ei syntyisi, täytyy näiden sijoitusstrategioiden tuottaa *ex ante* yhtä paljon eli

Ketjusijoitus = Kertasijoitus

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

ARBITRAASI

Jotta helppoja voittoja (arbitraasia) ei syntyisi, täytyy näiden sijoitusstrategioiden tuottaa *ex ante* yhtä paljon eli

Ketjusijoitus = Kertasijoitus

tai kaavana

$$\underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100}\right)}_{\text{Ketjusijoitus}} = \underbrace{100\text{€} \times \left(1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100}\right)}_{\text{Kertasijoitus}}$$

SIJOITETAAN 100 EUROA KAHDEKSI VUODEKSI

RATKAISTAAN, MIKÄ ON VUOTUINEN KAHDEN VUODEN KORKO

Jaetaan puolittain 100 eurolla, jolloin 100 € pääoma supistuu pois

$$1 + \frac{2\%}{100} + \frac{3\%}{100} = 1 + \frac{i\%}{100} + \frac{i\%}{100},$$

vähennetään 1 molemmilta puolilta ja kerrotaan 100:lla, jolloin saadaan

$$2\% + 3\% = i\% + i\% = 2 \times i\%,$$

mistä seuraa

$$i\% = \frac{2\% + 3\%}{2} = 2,5\%$$

eli kahden vuoden korko on vuoden mittaisten korkojen keskiarvo!

KAKSI SIJOITUSSTRATEGIAA

Verrataan kahta sijoitusstrategiaa T vuodeksi eteenpäin.
Alkupääoma on K . Oletus: ei luottoriskiä.

$i_{j,k}$ ($k > j$) on *vuotuinen* korko periodilta j periodille k . Yläindeksi ^e viittaa odotukseen.

KAKSI SIJOITUSSTRATEGIAA

Verrataan kahta sijoitusstrategiaa T vuodeksi eteenpäin.
Alkupääoma on K . Oletus: ei luottoriskiä.

$i_{j,k}$ ($k > j$) on *vuotuinen* korko periodilta j periodille k . Yläindeksi ^e viittaa odotukseen.

KERTASIJOITUS

Vuotuinen tuotto on $i_{0,T}$.
Sijoitusta ei tarvitse tehdä kuin kerran.

KAKSI SIJOITUSSTRATEGIAA

Verrataan kahta sijoitusstrategiaa T vuodeksi eteenpäin.
Alkupääoma on K . Oletus: ei luottoriskiä.

$i_{j,k}$ ($k > j$) on *vuotuinen* korko periodilta j periodille k . Yläindeksi ^e viittaa odotukseen.

KERTASIJOITUS

Vuotuinen tuotto on $i_{0,T}$.
Sijoitusta ei tarvitse tehdä kuin kerran.

KETJUSIJOITUS

Vuoden j tuotto on $i_{j-1,j}$.
Sijoitus uusitaan vuosittain

KAKSI SIJOITUSSTRATEGIAA

Verrataan kahta sijoitusstrategiaa T vuodeksi eteenpäin.
Alkupääoma on K . Oletus: ei luottoriskiä.

$i_{j,k}$ ($k > j$) on *vuotuinen* korko periodilta j periodille k . Yläindeksi ^e viittaa odotukseen.

KERTASIJOITUS

Vuotuinen tuotto on $i_{0,T}$.
Sijoitusta ei tarvitse tehdä kuin kerran.

KETJUSIJOITUS

Vuoden j tuotto on $i_{j-1,j}$.
Sijoitus uusitaan vuosittain

Arbitraasiehdon mukaan näiden vaihtoehtojen on tuotettava **yhtä paljon**.
Muussa tapauksessa kannattaisi velkaantua toisen strategian mukaisesti ja sijoittaa toisen strategian mukaisesti.

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
---------------	-------	---------------

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
<i>K</i>	0	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	
$K(1 + i_{0,T})$	1	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	
$K(1 + i_{0,T})$	1	
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	
$K(1 + i_{0,T})$	1	
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	
\vdots	\vdots	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	
$K(1 + i_{0,T})$	1	
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	
\vdots	\vdots	
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$	T	
$= K(1 + i_{0,T})^T$		

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	K
$K(1 + i_{0,T})$	1	
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	
\vdots	\vdots	
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$	T	
$= K(1 + i_{0,T})^T$		

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	K
$K(1 + i_{0,T})$	1	$K(1 + i_{0,1})$
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	
\vdots	\vdots	
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$	T	
$= K(1 + i_{0,T})^T$		

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	K
$K(1 + i_{0,T})$	1	$K(1 + i_{0,1})$
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2})$
\vdots	\vdots	
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$ $= K(1 + i_{0,T})^T$	T	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	K
$K(1 + i_{0,T})$	1	$K(1 + i_{0,1})$
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2})$
\vdots	\vdots	\vdots
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$ $= K(1 + i_{0,T})^T$	T	

PÄÄOMA

Pääoman kertyminen eri sijoitusstrategioissa

Kertasijoitus	Vuosi	Ketjusijoitus
K	0	K
$K(1 + i_{0,T})$	1	$K(1 + i_{0,1})$
$K(1 + i_{0,T})(1 + i_{0,T})$	2	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2})$
\vdots	\vdots	\vdots
$K \overbrace{(1 + i_{0,T}) \cdots (1 + i_{0,T})}^{T \text{ kpl}}$	T	$K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}) \cdots (1 + i_{T-1,T})$
$= K(1 + i_{0,T})^T$		

PITKÄ JA LYHYT KORKO

Arbitraasiehdon mukaan sijoitusstrategioiden **odotettujen** pääomien tulee olla yhtäsuuret hetkellä T :

$$K(1 + i_{0,T})^T = K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e),$$

josta ratkaistaan pitkä korko

$$i_{0,T} = [(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e)]^{1/T} - 1.$$

Pitkä korko $i_{0,T}$ on siis geometrinen keskiarvo tulevista lyhyistä koroista.

PITKÄ JA LYHYT KORKO

Arbitraasiehdon mukaan sijoitusstrategioiden **odotettujen** pääomien tulee olla yhtäsuuret hetkellä T :

$$K(1 + i_{0,T})^T = K(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e),$$

josta ratkaistaan pitkä korko

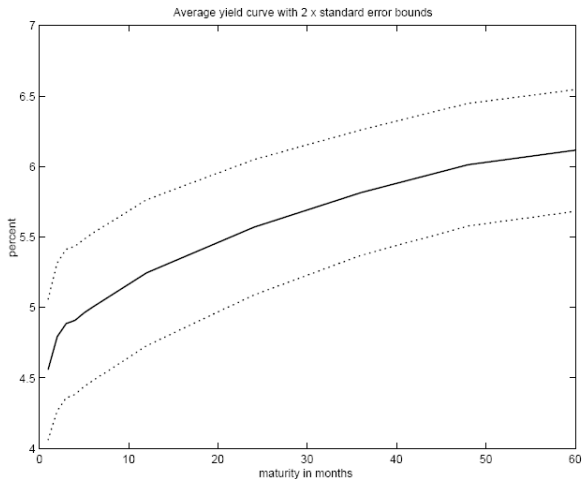
$$i_{0,T} = [(1 + i_{0,1})(1 + i_{1,2}^e) \cdots (1 + i_{T-1,T}^e)]^{1/T} - 1.$$

Pitkä korko $i_{0,T}$ on siis geometrinen keskiarvo tulevista lyhyistä koroista.

LOG-APPROKSIMAATIO, $i \approx \log(1 + i)$, KUN i ON PIENI

$$i_{0,T} = \frac{1}{T}(i_{0,1} + i_{1,2}^e + \cdots + i_{T-1,T}^e).$$

MUTTA...



Lähde: Piazzesi (2003)

ODOTUSHYPOTEESI JA RISKIPALKKIO

Tuottokäyrä on keskimäärin nouseva!

- Tämä **ei** selity odotushypoteesilla, vaan
- riskipalkkiolla (risk premium, term premium),
- joka on sitä suurempi mitä pidempi korko.

ODOTUSHYPOTEESI JA RISKIPALKKIO

Tuottokäyrä on keskimäärin nouseva!

- Tämä **ei** selity odotushypoteesilla, vaan
- riskipalkkiolla (risk premium, term premium),
- joka on sitä suurempi mitä pidempi korko.

Vakioinen riskipalkkio implikoisi sen, että

- tuottokäyrän kulmakertoimen *muutoksella* pystyttäisiin ennustamaan muutokset tulevissa lyhyissä koroissa.

Jotta näin ei olisi, tulee **riskipalkkion vaihdella ajassa**.

ODOTUSHYPOTEESI JA RISKIPALKKIO

Tuottokäyrä on keskimäärin nouseva!

- Tämä **ei** selity odotushypoteesilla, vaan
- riskipalkkiolla (risk premium, term premium),
- joka on sitä suurempi mitä pidempi korko.

Vakioinen riskipalkkio implikoisi sen, että

- tuottokäyrän kulmakertoimen *muutoksella* pystyttäisiin ennustamaan muutokset tulevissa lyhyissä koroissa.

Jotta näin ei olisi, tulee **riskipalkkion vaihdella ajassa**.

RISKIPALKKIO SIIS

- Kasvaa juoksuajan kasvaessa, ja
- vaihtelee ajassa, mutta
- arbitraasiehdot rajoittavat vaihtelua yli juoksu- ja kalenteriajan.

SYVENTÄVIÄ MALLEJA

ODOTUSHYPOTEEsia TÄYDENTÄVIÄ

- Lyhyen koron lisäksi mahdollisesti muita tilamuuttujia. Suositettu erikoistapaus: *affiinit korkomallit*
- Kotitalouksien käyttäytymisestä johdetut tilamuuttujat. Askel kohti yleistä tasapainoa.

SYVENTÄVIÄ MALLEJA

ODOTUSHYPOTEEZIA TÄYDENTÄVIÄ

- Lyhyen koron lisäksi mahdollisesti muita tilamuuttujia. Suositettu erikoistapaus: *affiinit korkomallit*
- Kotitalouksien käyttäytymisestä johdetut tilamuuttujat. Askel kohti yleistä tasapainoa.

MARKKINOIDEN OSITTAMISEEN NOJAAVIA

Lyhyen ja pitkän koron markkinoiden eriytyminen.

Market segmentation theory,
preferred habitat theory.

Verotus, investointihorisontti.

YHTEENVETO

Pitkät korot ovat odotettujen lyhyiden korkojen keskiarvo + riskipalkkio.
Riskipalkkio vaihtelee juoksu- ja kalenteriajassa arbitraasiehdon rajoissa.

YHTEENVETO

